

ANÁLISIS NUMÉRICO I — Examen Final

28 de Julio de 2021

Nombre	Carrera	Condición

PARTE PRÁCTICA

- Se desea calcular la raíz cúbica de 17 con dos dígitos correctos usando el método de bisección, comenzando con el intervalo $[2, 3]$:
 - ¿Es posible hacer este cálculo? ¿Por qué?
 - ¿Cuántas iteraciones seán necesarias para garantizar la precisión deseada?
 - ¿Podría hacerse en un número menor de iteraciones si se cambiara la función elegida para el método?
- En el espacio de funciones continuas en $[-1, 1]$ con el producto escalar $\int_{-1}^1 f(x)g(x)dx$, hallar la mejor aproximación de grado 2 de la función $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$, utilizando una base ortonormal de polinomios.
- Calcular a_1, a_2 y a_3 para que la fórmula

$$\int_0^1 f(x)dx \approx a_1f(0) + a_2f(1) + a_3f(\alpha)$$

sea exacta para el mayor grado posible, siendo α un número dado tal que $0 < \alpha < 1$. Utilizar dicha fórmula para estimar el valor de la integral

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{5x+3}{2}} dx$$

tomando $\alpha = 0,1$. Comparar el valor obtenido con el verdadero valor de dicha integral.

PARTE TEÓRICA

En los dos ejercicios siguientes deberá escoger una opción y justificar su elección con claridad y precisión.

- Una de las ventajas de la factorización LU para resolver sistema de ecuaciones lineales es:
 - Realiza menos operaciones que la eliminación gaussiana.
 - Se puede utilizar la misma factorización para resolver sistemas lineales diferentes.
 - Tiene más precisión que la eliminación gaussiana.
 - Realiza la misma cantidad de operaciones que se requieren para resolver 2 sistemas triangulares.
- Las reglas gaussianas para integración numérica son convenientes porque:
 - Obtienen más precisión que las reglas clásicas con la misma cantidad de puntos.
 - Realizan menos operaciones que otras reglas compuestas.
 - Pueden usarse puntos de integración igualmente espaciados en el intervalo de integración.
 - Porque los coeficientes son simétricos respecto del origen.
 - Ninguna de las anteriores es correcta.
- Enunciar y demostrar el teorema de existencia y unicidad del polinomio interpolante.

EJERCICIO PARA ALUMNOS LIBRES

- Utilizando el polinomio de interpolación de Lagrange, estimar el valor de $f(4)$, sabiendo que $f(-1) = 2$, $f(0) = 0$, $f(3) = 4$ y $f(7) = 7$.